

# Informatique et méthodes multicritères

par

**M. DESPONTIN**

*Vrije Universiteit Brussel - BELGIË*

**J. MOSCAROLA**

*Institut Universitaire de Technologie, Annecy - FRANCE*

**J. SPRONK**

*Erasmus Universiteit Rotterdam - NEDERLAND*

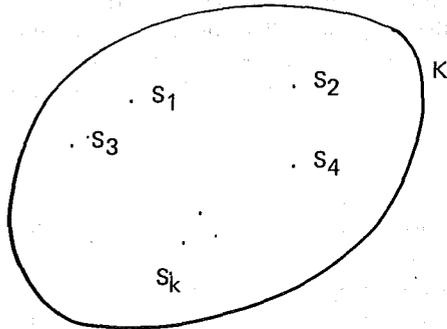
## 1.- Introduction

En général, la solution à un problème de décision se réduit à un problème de choix binaire.

Notons  $K$  l'ensemble des actions (solutions) possibles.  $K$  peut être soit discret, soit continu.

La solution du problème de décision revient à une partition de l'ensemble des actions possibles en un sous-ensemble d'actions "optimales" et un sous-ensemble d'actions "non-optimales".

Supposons, par exemple, qu'une entreprise industrielle cherche de nouveaux sites pour l'implantation d'usines. L'ensemble  $K$ , discret dans ce cas, comprend tous les sites  $S_1, S_2, \dots, S_k$  qui pourraient entrer en compte à la décision finale.



Plusieurs problématiques peuvent être posées :

- trouver le site optimal
- trouver tous les bons sites
- trouver un nombre de bons sites.

Chacune de ces problématiques consiste en l'application d'une relation de choix binaire sur chacun des éléments de  $K$ . La première résultera nécessairement en un singleton.

La relation de choix binaire est définie par l'évaluation des différentes actions possibles au moyen de critères.

La théorie de la décision classique repose sur un critère, par exemple la minimisation des coûts, la maximisation des profits ou la minimisation d'une distance parcourue.

Nombreux problèmes de décision pratiques se posent, néanmoins, selon divers critères.

Nous n'imaginons plus de chef d'entreprise qui, tout en recherchant la maximisation des profits, ne voudra ou ne devra pas tenir compte des conséquences sociales au niveau de l'emploi ou au niveau de l'environnement, tout comme une politique économique tentera de faire face simultanément aux

problèmes du chômage et de l'érosion monétaire.

Les différents critères peuvent résulter de situations fortement diverses. Plusieurs décideurs peuvent être impliqués. Ceux-ci n'auront pas nécessairement les mêmes objectifs. Le conflit d'intérêts possible entre la direction d'une entreprise et les actionnaires est bien connu.

Un même décideur peut avoir plusieurs objectifs plus ou moins contradictoires. Ceux-ci ne peuvent pas toujours être agrégés d'une façon comptable comme la maximisation du profit qui est le résultat simultané de la maximisation des revenus et de la minimisation des coûts.

Un même objectif peut donner lieu à plusieurs mesures d'évaluation, à plusieurs critères. Toute une gamme de critères ont été proposés pour l'évaluation de projets d'investissement. Dans une enquête auprès de 137 firmes classées parmi les 500 plus grandes par FORTUNE, J.S. OSTERYOUNG (1972), dénombre 10 critères d'évaluation couramment employés. Près de la moitié des firmes considèrent plus de trois critères à la fois.

## 2.- La modélisation de critères multiples

Un problème unicritère étant bien défini, les méthodes d'optimisation classiques de la recherche opérationnelle s'appliquent. Par contre, la considération simultanée de plusieurs critères mène à un problème mathématiquement mal défini. Sans information complémentaire, il n'est, en général, pas possible d'indiquer une solution unique à un problème multicritère. Bien que les critères individuels définissent un pré-ordre sur les actions possibles, le produit cartésien de ces pré-ordres ne sera pas toujours un pré-ordre.

Chaque solution efficace (Pareto-optimale), donc non dominée, peut être une solution "optimale" au problème de décision. Le terme "optimal" a par conséquent une signification moins classique. Une solution "optimale" est une solution efficace qui est préférée par le décideur sur base d'information externe au modèle mathématique à priori.

Cette information externe doit permettre la formulation d'hypothèses complémentaires qui, conjointement avec le modèle formel, mènent à une solution unique.

La collecte de cette information complémentaire est essentielle dans le processus de décision. La manière suivant laquelle elle est obtenue déterminera la méthode d'optimisation.

A moins que l'information complémentaire soit apportée à priori, par exemple sous la forme d'un critère global, une fonction d'utilité, elle devra être collectée pendant le processus de décision même en une interaction entre le décideur et le modèle.

L'Hypothèse que le modèle mathématique a priori ne définit pas totalement la solution a d'importantes implications. Le décideur intervient activement dans la recherche de la solution "optimale" ce qui nécessite un outil informatique permettant une interaction souple avec le décideur.

La participation active du décideur tout au long du processus de décision et d'optimisation mène à une nouvelle optique de la recherche opérationnelle : l'aide à la décision.

Nous citons B. ROY (1977, page 18) :

*"Trop souvent, elle (la norme de répartition des efforts dans un travail qualifié de scientifique) conduit à mettre l'accent de façon excessive là où de bons instruments permettent de "voir clair" parce qu'ils fournissent des observations dites "objectives" et cela même si ces dernières sont peu significatives eu égard au problème, plutôt que là où la médiocrité des instruments ne suffit pas à faire toute la lumière parce que les appréciations qu'il faudrait porter seraient en partie "subjectives" et cela même si ces dernières concernent des facteurs qui peuvent apparaître déterminants".*

### 3.- L'informatique dans le processus de décision

L'attention croissante pour les problèmes de décision à critères multiples a, par conséquent, donné naissance à une nouvelle vision du rôle du décideur. Cette évolution a été renforcée par les possibilités des ordinateurs actuels d'une part et a engendré un emploi différent des ordinateurs d'autre part.

Dans ce paragraphe, nous illustrerons ces développements à l'aide de problèmes de décision dans lesquels l'ensemble des actions possibles est continu.

Dans ces problèmes, les alternatives ne sont pas définies d'une façon explicite, mais d'une façon implicite à l'aide de variables de décision contraintes.

Dans ce cas, les alternatives admissibles (c'est-à-dire celles qui satisfont à toutes les restrictions) et les alternatives non admissibles peuvent être discernées sur base des variables de décision.

L'approche classique communément acceptée jusqu'ici en recherche opérationnelle consiste à rechercher l'alternative "optimale" dans l'ensemble d'alternatives définies de manière implicite.

Cette approche peut être opérationnalisée par la formulation d'une fonction économique qui doit être optimisée dans l'ensemble des alternatives. Ainsi, le problème est décrit à l'aide d'un programme mathématique sous la forme générale suivante :

$$(1) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Max } g(x) \\ \text{sous les contraintes :} \\ x \in K; K = \{x \mid h(x) \leq 0\} \end{array} \right.$$

où  $x$  est un vecteur de  $n$  variables continues,  
 $g(x)$  est une fonction économique  
 et  $h(x)$  est un vecteur de  $l$  contraintes définies sur les variables de décision.

Des méthodes ont été développées en recherche opérationnelle pour trouver la solution "optimale" à un grand nombre de variantes de cette formulation.

Quand plusieurs critères sont introduits, la formulation (1) ne peut plus être directement traitée. En effet, au lieu d'une fonction économique  $g(x)$ , il est alors question d'un vecteur de fonctions économiques, de critères,  $g(x) = (g_1(x), g_2(x), \dots, g_m(x))$ .

Néanmoins, plusieurs méthodes ont été développées afin de permettre de traiter ce modèle d'une façon unicritère pour pouvoir employer l'arsenal de techniques disponibles à cet effet.

Certaines méthodes définissent un critère unique  $g(x)$  par une somme pondérée des critères individuels :

$$(2) \quad g(x) = \sum_{j=1}^m a_j g_j(x) \quad \text{où } \sum_{j=1}^m a_j = 1; a_j > 0.$$

Une autre approche consiste à maximiser un des critères, pendant que les autres sont bornés. Par analogie avec (1) nous obtenons :

$$(3) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Max } g_1(x) \\ \text{sous les contraintes :} \\ x \in K, \text{ où } K = \{x \mid h(x) \leq 0\} \\ g_j(x) \geq \bar{g}_j \quad j = 2, 3, \dots, m \end{array} \right.$$

Plus de flexibilité est obtenue par les méthodes de "goal programming" (voir M. DESPONTIN et al. (1980) pour des références et programmes d'ordinateur) qui peuvent s'appliquer à de nombreux problèmes concrets.

Dans cette méthode, une valeur désirée est formulée pour chacun des critères. Des variables d'écart prennent en compte les inconsistances entre valeurs désirées formulées. Cette procédure introduit des restrictions du type suivant :

$$(4) \quad g_j(x) - y_j^+ + y_j^- = \bar{g}_j; j = 1, 2, \dots, m;$$

où  $y_j^+$  mesure l'écart par lequel la valeur désirée est surpassée, et  $y_j^-$  mesure le biais dans l'autre sens

(Evidemment il doit être satisfait à  $y_j^+ \cdot y_j^- = 0$  pour tout  $j$ ).  
Une fonction de pénalité est définie par référence aux écarts  $y_j^+$  et  $y_j^-$ . Celle-ci est minimisée.  
Remarquons que la valeur désirée est obtenue exactement quand les deux variables d'écart sont nulles.

Bien que les trois procédures esquissées peuvent paraître simples, deux problèmes majeurs se posent. Les fonctions à maximiser doivent parfois répondre à des conditions très strictes pour pouvoir calculer l'optimum. Il n'est pas du tout certain que les préférences du (des) décideur(s), qui sont reflétées par la fonction à optimiser, correspondent exactement à ces conditions "techniques". L'inconvénient le plus important des trois procédures se rapporte à la participation du décideur.

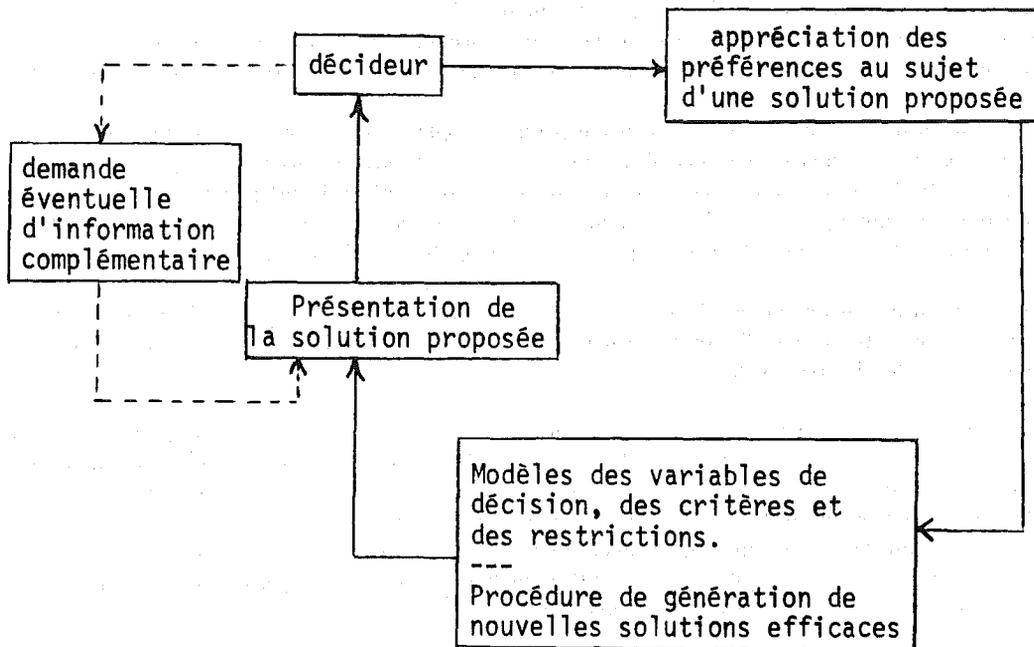
En effet, les différentes méthodes demandent respectivement des poids (les  $a_j$  en (2)), des restrictions précises et strictes (les  $g_j$  en (3)), ou des valeurs désirées et une fonction de pénalité complètement définie dans le "goal programming".

Par les développements considérables de l'informatique, ces inconvénients peuvent être parés au moyen de nouvelles procédures. Les possibilités d'accès à un outil informatique qui permet un emploi conversationnel sont d'une grande importance. Ces nouvelles procédures, appelées interactives, intègrent le décideur dans la solution du problème de décision. Ceci n'était pas le cas dans les procédures précédentes dans lesquelles le problème du décideur, ses préférences incluses, était entièrement repris dans le modèle mathématique. La solution du problème mathématique obtenue par ordinateur était présentée au décideur qui devait l'accepter comme telle.

Dans les méthodes interactives un modèle mathématique est toujours construit, mais les relations et pondérations entre critères ne sont pas incluses dans le modèle original. La pondération se fait durant le processus interactif, dans lequel le décideur est progressivement confronté à des alternatives réalisables concrètes, sur base desquelles il doit se prononcer.

Sur base des indications données par le décideur, une nouvelle alternative est calculée par l'ordinateur et présentée au décideur. Le processus itératif s'arrête quand une solution satisfaisant le décideur est obtenue.

Le schéma suivant représente le dialogue interactif :



### Le processus de résolution interactif.

Le décideur ne devant qu'apprécier des alternatives concrètes, moins d'information sur les préférences du décideur est nécessaire. Ceci comporte un avantage non négligeable des méthodes interactives par comparaison aux méthodes classiques.

Les méthodes interactives consistent d'une analyse "what - if ?", couplée à une méthode d'optimisation. Elles se traduisent par une recherche systématisée d'une solution appropriée et connaissent un développement particulièrement rapide dû aux progrès de la micro-informatique (voir J. SPRONK, 1981) qui facilite ainsi l'utilisation de programmes mathématiques souvent appliqués lorsque les problèmes de décision sont continus et le nombre d'actions est très grand.

Par contre, d'autres méthodes existent, à la fois plus simples du point de vue mathématique et ne nécessitant pas les conditions de continuité des méthodes précédentes. On peut alors procéder par l'énumération de l'ensemble discret des actions.

Ces méthodes, d'autre part, se caractérisent souvent par une analyse plus fine eu égard aux préférences du décideur (intransitivité, incomparabilité, effets de seuil et autres) et par conséquent, reposant sur

une information plus riche, contredisent les hypothèses de l'optimisation classique se fondant sur un critère unique.

Ces méthodes ont été développées dans le cadre de la recherche opérationnelle dont le but traditionnel est de prescrire des solutions au décideur. Depuis quelques années, par l'évolution constante de l'informatique et de la surabondance des données, il a fallu développer des méthodes qui structurent et synthétisent l'information et les préférences. Les méthodes sont alors employées d'une façon principalement descriptive.

Les exemples qui suivent illustrent quelques-unes de ces méthodes qui traitent de cas réels où l'ensemble des actions est discret.

#### 4.- Quelques exemples d'application

##### 1) La localisation d'une école d'ingénieurs (ELECTRE)(1)

##### 1.1. La situation problématique

Les responsables d'une grande école d'ingénieurs du Sud de la France, se trouvent confrontés au choix d'un site pour la nouvelle implantation de l'école. Cinq sites différents sont à l'étude. Les points de vue à prendre en considération sont multiples, et qualitatifs. Ils dépendent notamment de la sensibilité des organismes de tutelle intervenant dans la réalisation de la nouvelle opération.

Le but de l'intervention d'aide à la décision est :

- de parvenir à une évaluation aussi riche que possible des sites en présence;
- de tenter de comparer les sites entre eux pour dégager, si possible, le ou les meilleurs sites;
- de contribuer à la formation d'un consensus entre les différentes parties prenantes ou au moins de tenter de dégager le site susceptible de présenter le meilleur compromis.

##### 1.2. L'aide apportée

##### a) Construction d'une *famille de critères* comportant 7 éléments.

- 1/ environnement urbain,
- 2/ environnement industriel,
- 3/ environnement intellectuel,
- 4/ capacité d'accueil,
- 5/ coût de réalisation de l'opération,
- 6/ délai de réalisation,
- 7/ affinité du site avec l'école telle qu'elle est.

A l'évidence, la nature de la plupart de ces critères est complexe, et met en jeu des éléments qualitatifs. Toutefois, au terme d'une consultation auprès des principaux acteurs concernés, une évaluation de chaque site suivant chaque critère a pu être établie sous la forme d'une note de 0 à 10.

- b) Pour tenir compte de l'importance relative avec laquelle chaque critère intervient dans l'évaluation globale, on utilise *des poids*. L'existence de divergences entre acteurs, conduit à définir plusieurs systèmes de poids.
- c) Une relation de surclassement (*ELECTRE I, ELECTRE II*) permet la comparaison deux à deux des sites. Ainsi, le site *s'* est préféré (surclassé) au site *s* si : - *s'* est au moins aussi bon que *s* sur une majorité de critères. (Cette notion tient compte de l'importance relative des critères).  
- *s'* n'est sur aucun critère trop nettement plus mauvais que *s*.

Le calcul d'indices de *concordance* et de *discordance* permet concrètement d'établir ou non la relation *s'Ss*. En jouant sur les seuils de concordance et de discordance requises pour établir la relation, on obtient des *surclassements forts*, ou *faibles* (établis avec plus ou moins de sévérité).

- d) Un graphe de surclassement est obtenu à partir de l'examen deux à deux de tous les sites. Il donne une représentation des relations de surclassement qui ont pu être établies. Dans le cas présent, l'examen du graphe ne requiert aucune méthodologie particulière. Le petit nombre de sites à comparer permet d'apporter directement quelques indications utiles sur la place respective de chaque site.

### 1.3. L'impact de la méthode sur la décision

Un des sites (CG) envisagé apparaît de façon nette comme le meilleur parmi les sites étudiés, et ceci pour toutes les pondérations. Cette supériorité est toutefois moins probante lorsque les critères "coût" et "délai" sont fortement privilégiés. Le site C apparaît alors comme difficilement comparable au précédent et meilleur que les autres. Finalement, l'utilisation de la méthode permet de :

- réduire aux possibilités l'ensemble des sites envisagés,
- faire la preuve que les différences d'appréciation entre acteurs n'ont pas d'incidence sur l'évaluation de deux des sites qui apparaissent ainsi comme des compromis satisfaisants.

## 2) La répartition de subventions aux établissements d'une région académique (TRICHOM)(2)

### 2.1. La situation problématique

Le service financier de l'organe de tutelle affecte chaque année aux établissements de son ressort une subvention de fonctionnement imputée sur un budget national dans les limites d'un montant fixé par l'administration centrale. Le nombre croissant des établissements sous tutelle rend nécessaire une amélioration des méthodes de répartition. La demande exprimée manifeste confusément les objectifs suivants :

- tenir compte d'autres critères que les seuls effectifs d'élèves,
- corriger les disparités entre établissements,
- instaurer des procédures souples de concertation avec les établissements.

## 2.2. La procédure d'aide mise en place

La méthode multicritère proprement dite, intervient dans la mise en place d'un système plus vaste.

Il comporte :

- Un ensemble d'*indicateurs* caractéristiques de la situation de chaque établissement (Tableau de Bord).
- Une *fonction de répartition* qui permet de calculer en francs un montant théorique de subvention actualisant les situations antérieures sans affecter les disparités entre établissements.
- Une méthode de *diagnostic* permettant, lorsque cela est possible, une évaluation automatique de la situation de l'établissement demandeur. Cette évaluation indique le sens des corrections à apporter à la subvention théorique. Elle est réalisée grâce à la mise en oeuvre de la méthode TRICHOM dont les principaux éléments peuvent être décrits comme suit.

Une *famille de critères* (une quinzaine) :  $g = g_1, g_2, \dots, g_{15}$  est définie sur la base des indicateurs du tableau de bord. A chaque critère est associé une *pondération* représentant les préférences, et/ou objectifs du directeur financier. Cette information subjective est complétée par la définition de préférence. Il s'agit de la combinaison des valeurs seuils  $g(p)$  et  $g(r)$  à partir desquelles on peut déclarer que tel établissement est à l'aise, ou en difficulté. Ceci est possible grâce à la construction d'une relation de surclassement  $S$ . Elle est utilisée pour comparer le profil de tout établissement demandeur :  $g(e)$  aux profils  $g(p)$  et  $g(r)$  de l'établissement "pauvre" ou "riche".

Une des trois propositions suivantes est alors affectée à l'établissement étudié :

- Justifie une augmentation de subvention : pSe l'établissement examiné est surclassé par l'établissement de référence pauvre.
- Justifie une diminution de la subvention : eSr l'établissement examiné surclasse l'établissement de référence "riche".
- Doit donner lieu à un examen plus approfondi avant décision. L'établissement étudié est mal défini ou incomparable aux références.

En fait, le choix d'une des trois propositions repose sur l'examen du graphe de surclassement construit sur l'ensemble constitué des références (il peut y avoir plusieurs profils de l'établissement riche ou pauvre) et peut donner lieu à la définition d'un arbre de décision relativement complexe.

## 2.3. L'impact de la méthode

La méthode fonctionne depuis six ans et se trouve bien intégrée aux procédures de décisions administratives. Ses principaux avantages sont les suivants :

- La possibilité d'examiner chaque demande lorsqu'elle se présente.
- La gestion par exception des dossiers : seuls les "cas difficiles" mobilisent l'attention du responsable.
- La souplesse. Depuis la première application, les critères retenus ainsi que les références ont évolué suivant les politiques suivies par l'administration. Cette méthode a fait l'objet d'applications voisines dans le secteur bancaire pour des décisions d'octroi de crédit à la production et à la consommation.

### 3) La sélection de magasins pour le lancement d'un nouveau produit (UTA)<sup>(3)</sup>

#### 3.1. La situation problématique

A l'occasion du lancement d'un nouveau produit, une entreprise fabriquant des biens durables souhaite sélectionner, parmi son réseau de distribution comportant 600 points de vente, les 150 points de vente susceptibles de contribuer de manière la plus efficace au soutien publicitaire de l'opération.

La sélection dépend de façon prioritaire de la qualité des points de vente (image du magasin, dynamisme du commerçant, état de la concurrence locale), mais également des rapports du fabricant avec ses distributeurs et du risque qu'il y a à mécontenter ceux qui ne seraient pas choisis. Cette sélection est rendue délicate par l'importance de l'ensemble de départ et la diversité des critères qualitatifs à prendre en considération.

#### 3.2. L'aide apportée

L'idée de base est de calibrer, sur un *échantillon* de magasins bien connus des responsables, un modèle de préférence, pour l'appliquer ensuite à l'ensemble des points de vente. Le modèle utilisé est une fonction d'utilité additive. La procédure d'étude est la suivante :

a) Définition d'une famille de critères  $g_1, \dots, g_m$  et évaluation de tous les points de vente selon ces critères. Dans le cas présent, 12 critères permettent de représenter chaque point de vente. L'évaluation est faite à partir d'un questionnaire rempli par les représentants.

b) Calcul d'une fonction d'utilité sur la base d'un échantillon de points de vente bien connus en utilisant le principe de la régression multiple.

Les paramètres de la fonction  $u = u_1(g_1) + u_2(g_2) + \dots + u_m(g_m)$  sont calculés de telle sorte que pour l'échantillon considéré, les valeurs calculées de  $u$  soient dans un ordre identique, ou le plus proche possible, du classement a priori fourni par le responsable sur les magasins de l'échantillon.

c) Application de la fonction  $u$  à l'ensemble des points de vente, et obtention du classement consécutif.

d) Sélection dans ce classement des 150 meilleurs points de vente.

Cette procédure est conçue de telle sorte que les écarts entre classement a priori et classement résultant du calcul de u puisse déboucher sur des mécanismes d'apprentissage : nouvelle définition des critères, révision des idées a priori sur le classement des magasins . . . Cet aspect interactif dans l'utilisation de la méthode représente en soi une contribution à l'examen et à l'approfondissement des connaissances de l'utilisateur.

### 3.3. L'impact de la méthode

Outre l'aide spécifique à la question posée, l'utilisation de la méthode contribue à l'amélioration du système d'information dans l'entreprise : évaluation des magasins. D'autre part, la confrontation entre les jugements globaux (classement a priori) et des évaluations partielles (valeur de critères) a permis au gestionnaire d'enrichir ses théories sur les réseaux de distribution.

Il est également remarquable que cette application ait fait naître d'autres questions relatives à la gestion du réseau, et pour lesquelles la méthode a été utilisée.

### 5.- Conclusion

Ces exemples d'application montrent que les méthodes multicritères peuvent s'appliquer dans des contextes très différents : Entreprises privées / administration, décision stratégique / décision répétitive et routinière.

Elles permettent la prise en considération de points de vue multiples, mais elles peuvent aussi traiter des informations qualitatives ou imprécises, émanant d'un décideur unique, ou d'acteurs divers éventuellement en désaccord.

Leur contribution peut paraître limitée dans la mesure où elles ne permettent pas en général d'indiquer une seule et meilleure solution. Les choix et les arbitrages ultimes peuvent rester ouverts, mais sur des problèmes dont la complexité a été réduite grâce à l'agrégation, fût-elle partielle, de points de vue multiples, et à la réduction du nombre des actions satisfaisantes. Ces ambitions limitées sont peut-être la condition d'une bonne intégration de l'outil scientifique dans une réalité complexe.

## REFERENCES

- DESPONTIN, M., J. MOSCAROLA et J. SPRONK : "A User-Oriented Listing of Multiple Criteria Decision Methods", Vrije Universiteit Brussel, Centrum voor Statistiek en Operationeel Onderzoek, Rapport CSOOTW/152, Bruxelles, 1980.
- KHOUADJA et B. ROY : "Comment choisir la localisation d'une grande école d'ingénieurs", Cahiers du LAMSADE, Université Paris IX Dauphine, Paris, 1975.
- MOSCAROLA, J. : "Procédure automatique d'examen de dossier fondée sur une trichotomie en présence de critères multiples", Thèse Université Paris IX Dauphine, Paris, 1977.
- MOSCAROLA, J. et J. SISKOS : "Analyse a posteriori d'une étude d'aide à la décision en matière de réseau de distribution", Journée AFCET, 1981.
- OSTERYOUNG, J.S. : "Multiple Goals in the Capital Budgeting Problem", dans J.L. COCHRANE et M. ZELNY, eds., "Multiple Criteria Decision Making", University of South Carolina Press, Columbia, 1972.
- ROY, B. : Préface de : "Modélisation et maîtrise des systèmes techniques, économiques et sociaux", Vol. 1, Editions Hommes et Techniques, Paris, 1977.
- SISKOS, J. : "Comment modéliser les préférences au moyen de fonctions d'utilité additives", R.A.I.R.O., Vol. 14, n. 1, 1980.
- SPRONK, J. : "Interactive Multiple Goal Programming : Applications to Financial Planning", Kluwer/Nijhoff, Boston, 1981.

## NOTES

- (1) H. KHOUADJA et B. ROY (1975).
- (2) J. MOSCAROLA (1977).
- (3) J. SISKOS (1980), J. MOSCAROLA & J. SISKOS (1981).